**OLIMPIADA DE MATEMATICA**
**FAZA LOCALA**
**18.02.2012**
**Clasa a VI-a**

**BAREM DE EVALUARE**

**Subiectul I**

Un număr de trei cifre are primele doua cifre identice, iar a treia cifră este 5.Acest număr se împarte la un număr de o cifră şi se obține restul 8. Să se găsească deîmpărțitul, împărțitorul şi câtul.

**Solutie**

$\overline{aa5} = b \cdot c + 8$, 8<b, b cifra $\Rightarrow b = 9$ (impartitorul)..................................................2p
$110a + 5 = 9c + 8$ ...........................................................................................1p
110a=3(3c+1) ...................................................................................................1p
$a \in \{3,6,9\}$ ......................................................................................................1p
c = 73 (catul)........................................................................................................1p
$\overline{aa5} = 665$ (deimpartitul) ...........................................................................1p

**Subiectul II**

Determinați *a*, *b* şi *c*, numere naturale prime pentru care este adevărată relația:

$$4a + 5b + 8c = 170.$$

**Rezolvare**

4a + 8c şi 170 sunt pare, atunci 5b este par, adică b este prim-par, adică b = 2. .......**2p**
4a + 8c = 170 – 10; a + 2c = 40, adică a este prim- par, adică a = 2. .....................**2p**
2c = 40 – 2; c=19. ...............................................................................................**1p**

**Subiectul III**

Dreptele *AB* şi *CD* se intersectează în punctul *O*, şi $A\hat{O}D = x < 90^0$. Fie [*OM* , [*OL* şi [*OF* bisectoarele unghiurilor $A\hat{O}D$, $M\hat{O}B$ respectiv $L\hat{O}C$.

a) Să se determine măsura unghiurilor $M\hat{O}D$, $M\hat{O}B$, $L\hat{O}C$ şi $L\hat{O}F$ în funcție de *x*.

b) Dacă $m(M\hat{O}F) = 139^0$, să se determine valoarea lui *x* şi măsura unghiului $M\hat{O}L$.

**Rezolvare**

desen corespunzator ........................................................................................**1p**

**a)**

[$OM$ bisectoare => $m\left(\widehat{MOD}\right)=\frac{x}{2}$

$m\left(\widehat{MOB}\right)=180^\circ-m\left(\widehat{MOA}\right)=180^\circ-\frac{x}{2}$ ..................................................................**1p**

$m\left(\widehat{LOC}\right)=\frac{m\left(\widehat{MOB}\right)}{2}+m\left(\widehat{BOC}\right)=90^\circ+\frac{3x}{4}$ ........................................................**1p**

$m\left(\widehat{LOF}\right)=\frac{m\left(\widehat{LOC}\right)}{2}=45^\circ+\frac{3x}{8}$ ...................................................................................**1p**

**b)**

$m\left(\widehat{MOF}\right)=139^\circ \Rightarrow \frac{m\left(\widehat{MOB}\right)}{2}+\frac{m\left(\widehat{LOC}\right)}{2}=139^\circ$ ..............................................**1p**

$90^\circ-\frac{x}{4}+45^\circ+\frac{3x}{8}=139^\circ$

$x=32^\circ$ ..................................................................................................................**1p**

$m\left(\widehat{MOL}\right)=\frac{m\left(\widehat{MOB}\right)}{2}=90^\circ-\frac{x}{4}$

$m\left(\widehat{MOL}\right)=82^\circ$ ..............................................................................................**1p**

**Subiectul IV**

Să se determine numerele naturale a şi b, ştiind că $2^{3a}-2^{3b}=\overline{xyz}$ şi $\overline{xyz}$ este număr impar.

Gazeta Matematica Nr.10/2011

**Rezolvare**

Daca $\overline{xyz}$ este numar impar, atunci $2^{3b}=1 \Rightarrow 2^{3b}=2^0 \Rightarrow 3b=0 \Rightarrow b=0$. ............. **1p**

Rezulta ca $2^{3a}-1=\overline{xyz} \Rightarrow (2^3)^a-1=\overline{xyz} \Rightarrow 8^a-1=\overline{xyz}$ . ..................................... **2p**

Pentru $a=3$ obtinem $8^3-1=512-1=511$, ............................................................... **1p**

$a\le 2$ obtinem $8^2-1=64-1=63$ , ceea ce nu este de trei cifre ....................... **1p**

$a\ge 4$ obtinem $8^4-1=4095$ , ceea ce are mai mult de trei cifre ........................ **1p**

Rezulta ca singura solutie este $a=3$ si $b=0$. .............................................................. **1p**